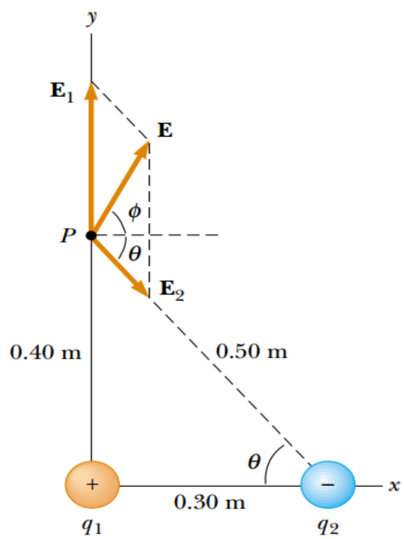
الامثلة والتطبيقات الخاصة بالمجال الكهربي

تابع الفصل الثاني

مثال 20-5:

وضعت شحنة مقدارها q1=7mC عند نقطة الاصل وشحنة آخري q2=-5mC على مسافة 0.3m من نقطة الاصل على اوجد المجال الكهربي عند نقطة P والتي احداثيتها (0.4,0) .



الحل: شدة المجال الناشي عن الشحنة الموجبة يعمل فى اتجاه المحور الصادي الموجب بينما شدة المجال الناشيء عن الشحنة السالبة يعمل علي الخط الواصل بين نقطة P والشحنة q2 فلابد من تحليل هذا المجال الى مركبتية الاساسية كما سيرد بالحل وايجاد محصلة المجالين.

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{{r_1}^2} = (8.99 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}) \frac{(7.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0.40\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 3.9 \times 10^5\ \mathrm{N/C}$$

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{{r_2}^2} = (8.99 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}) \frac{(5.0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0.50\ \mathrm{m})^2}$$
$$= 1.8 \times 10^5\ \mathrm{N/C}$$

$$E_{2x} = E_2 \cos\theta = \tfrac{3}{5} E_2$$

$$E_{2y} = -E_2 \sin\theta = -\tfrac{4}{5} E_2$$

$$\mathbf{E}_1 = 3.9 \times 10^5 \hat{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

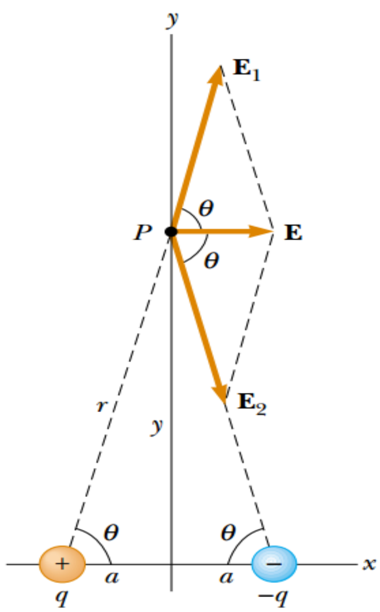
$$\mathbf{E}_2 = (1.1 \times 10^5 \hat{\mathbf{i}} - 1.4 \times 10^5 \hat{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = (1.1 \times 10^5 \hat{\mathbf{i}} + 2.5 \times 10^5 \hat{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

$E = 2.7 \times 10^5$ N/C. $\quad \phi = \tan^{-1}(E_y / E_x)$

E makes an angle ϕ of 66°

مثال 20-6: المجال الناشئ عن ثنائي القطبين:



يعرف ثنائي القطب على انه شحنة موجبة q وشحنة سالبة q− تفصلهما مسافة صغيرة كما بالشكل. اوجد المجال الكهربي E عند نقطة P حيث P علي مسافة y>>a من نقطة الاصل.

الحل:

المجال عند P هو محصلة المجالين الناشئين عن الشحنتين وبفرض شحنة اختبارية موجبة عند P نجد ان مجال الشحنة الموجبة على امتداد r للخارج فى حين مجال الشحنة السالبة يكون فى اتجاة الشحنة السالبة كما بالرسم. لابد من حساب شدة المجالين وتحليل كل مجال الى مركبة سينية واخري صادية ثم ايجاد المحصلة.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

$$E_1 = E_2 = k_e \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{y^2 + a^2}$$

المركبتين الصاديتين تلاشي بعض وتبقى المركبات السينة والتي تعمل فى نفس الاتجاة وعلية

$$\cos\theta = a/r = a/(y^2 + a^2)^{1/2}.$$

$$E = 2E_1 \cos\theta = 2k_e \frac{q}{(y^2 + a^2)} \frac{a}{(y^2 + a^2)^{1/2}}$$

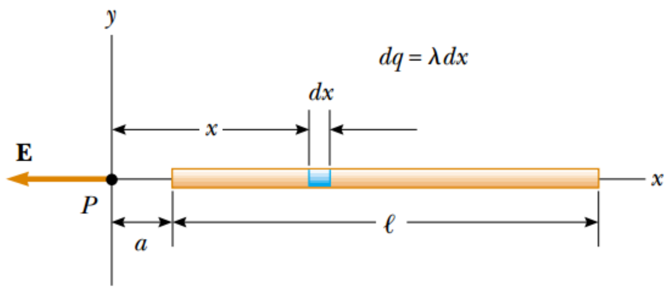
$$= k_e \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{3/2}}$$

وحيث ان $y >> a,$

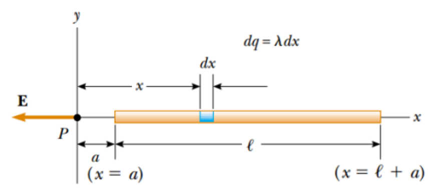
بأهمال a مقارنة ب y

$$E \approx \boxed{k_e \frac{2qa}{y^3}}$$

7-20: المجال الكهربي الناشئ عن قضيب مشحون:



نفترض قضيباً طوله (L)، به شحنة كثافتها الخطية (λ)، المطلوب حساب شدة المجال الكهربي عند نقطة (P) والتي تبعد مسافة (a)، عن أحد طرفي القضيب وعلى امتداده.
نفترض أن القضيب موجود على محور (X)، ، لإيجاد المجال الكهربي الناتج عن القضيب
نجزئه إلى أجزاء متناهية الصغر طول كل منها (dx) وشحنته (dq)، ثم نوجد المجال الكهربي (dE) الناتج عن أحد هذه الأجزاء وذلك بمعاملته كشحنة نقطية، مع التعبير عن عنصر الشحنة dq بكثافة الشحنة الخطية . وعلية



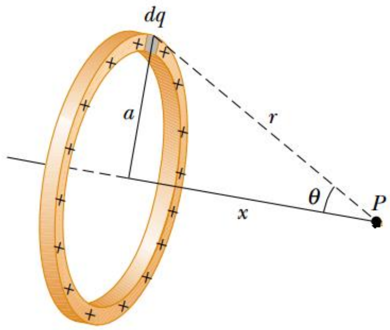
$$dq = \lambda\ dx.$$

$$dE = k_e \frac{dq}{x^2} = k_e \frac{\lambda\ dx}{x^2}$$

$$E = \int_a^{\ell + a} k_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

$$E = k_e \lambda \int_a^{\ell + a} \frac{dx}{x^2} = k_e \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{\ell + a}$$

$$= k_e \lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\ell + a} \right) = \boxed{\frac{k_e Q}{a(\ell + a)}}$$

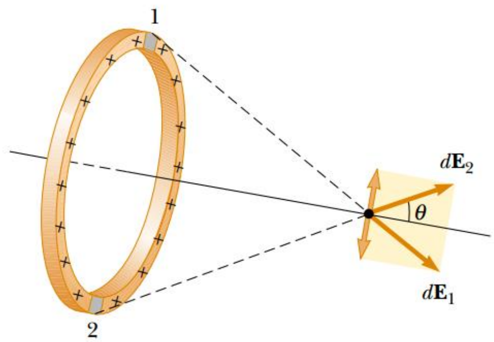


20-8المجال الكهربى لشحنة منتظمة على شكل حلقة:

لنحسب المجال عند نقطة (p) تقع على بعد (x) من محور الحلقة. نقسِّم الحلقة إلى أجزاء متناهية في الصغر طول كلٍ منها (dL) وشحنته (dq)، ومن ثم نوجد المجال (dE) الناتج عن هذا الجزء.

$$dE = k_e \frac{dq}{r^2}$$

الحل:



من الشكل يمكن التعبير عن r والزاوية علي النحو التالي

$$r = (x^2 + a^2)^{1/2} \qquad \cos\theta = x/r,$$

وبحساب عنصر المجال

$$dE_x = dE\cos\theta = \left(k_e \frac{dq}{r^2}\right)\frac{x}{r} = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\, dq$$

وبالتجميع علي كل العناصر عن طريق التكامل

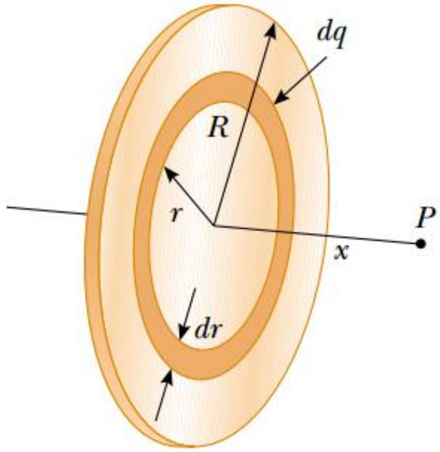
$$E_x = \int \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\, dq = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \int dq$$

نحصل على المجال عند النقطة P

$$= \boxed{\frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\, Q}$$

فى حالة ان $x \ll a,$ **تهمل x مقارنة ب a**

ونحصل علي المعادلة $$E_x = \frac{k_e Q}{a^3}\, x$$



9-20 المجال الكهربى لقرص منتظم الشحنة:

لحساب شدة المجال الناشئ عن قرص نصف قطرة R مشحون بكثافة شحنة سطحية σ عند نقطة تبعد x عن مركزها.

هنا نقوم بتجزئة القرص الي حلقات دائرية كعنصر للشحنة بنصف قطر r وعرض dr وبالتالي تكون عنصر الشحنة $dq=2\pi r\sigma dr$ ويسبب عنصر مجال قدرة **dE** .

نستخدم النتيجة التي حصلنا عليها للمجال الناتج عن حلقة مشحونة (التطبيق السابق) ومنها يمكن التعبير عن عنصر المجال على النحو

$$dE_x = \frac{k_e x}{(x^2 + r^2)^{3/2}}(2\pi\sigma r\, dr)$$

ولإيجاد المجال الناشئ عن القرص كاملاً نكامل المعادلة السابقة من 0 الي R حيث x, k, σ كلها ثوابت وعلية تكون

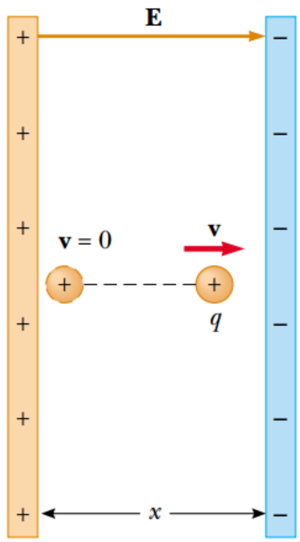
$$\begin{aligned} E_x &= k_e x\pi\sigma \int_0^R \frac{2r\,dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}} \\ &= k_e x\pi\sigma \int_0^R (x^2 + r^2)^{-3/2}\, d(r^2) \\ &= k_e x\pi\sigma \left[\frac{(x^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2}\right]_0^R \\ &= 2\pi k_e\sigma\left(1 - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}}\right) \end{aligned}$$

عندما x<<<R فإن المعادلة السابقة تؤول الي

$$E_x = 2\pi k_e\sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

وذلك بإهمال R^2 مقارنة بx^2 كذلك $(1/x)$ تؤول للصفر.

10-20 تسارع شحنة موجبة فى مجال كهربى منتظم:



شحنة موجبة q كتلتها m وضعت من السكون داخل مجال كهربي منتظم E ناتج عن صفيحتين مختلفتين الشحنة البعد بينهما x، أحسب سرعة الإلكترون (v) ؟

الحل:

إذا وضع جسم مشحون بشحنة (q) في مجال كهربي (E) فإنه سيتأثر بقوة (F=q E)،هذه القوة تساوي الكتلة فى التسارع (F = m a) اي يكتسب الجسم تسارع a .

نستخدم قوانين الحركة السابق دراستها وهي للتذكرة

$$x_f = x_i + v_i t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f{}^2 = v_i{}^2 + 2a(x_f - x_i)$$

لايجاد السرعة النهائية ($v_0=0$ و $xi=0$) نعوض فى المعادلة الاولي مع التعويض للتسارع a=q E/m نحصل علي

$$x_f = \tfrac{1}{2}at^2 = \frac{qE}{2m}\,t^2$$

وبالتالي فإن سرعة الجسيم تساوي (من المعادلة الثانية)

$$v_f = at = \frac{qE}{m}\,t$$

ومن المعادلة الثالثة للحركة نجد ان

$$v_f{}^2 = 2ax_f = \left(\frac{2qE}{m}\right)x_f$$

والتي منها يمكن حساب طاقة الحركة التي يكتسبها الجسم عندما يتحرك مسافة قدرها

$$\Delta x = x_f - x_i$$

وتكون طاقة الحركة تساوي

$$K = \tfrac{1}{2}mv_f{}^2 = \tfrac{1}{2}m\left(\frac{2qE}{m}\right)\Delta x = qE\Delta x$$

وحيث ان الجسم بدأ من السكون فإن طاقة الحركة المكتسبة تمثل الشغل الذي بذل لنقل الشحنة.

مثال: انطلق إلكترون من السكون داخل مجال كهربي شدته $(4\times10^{4}\ N/C)$ ناتج عن صفيحتين مختلفتين الشحنة البعد بينهما $(2cm)$، أحسب سرعة الإلكترون (v) ؟

الحل:

نوجد أولاً عجلة الإلكترون:

$$\mathbf{a=\frac{eE}{m}=\frac{1.6\times10^{-19}\times4\times10^{4}}{9.11\times10^{-31}}=7\times10^{15}\ m/sec^{2}}$$

من معادلات الحركة:

$$\mathbf{v^{2}=v_{0}^{2}+2xa}$$

ولكن:

$$\mathbf{v_{0}=0}$$

$$\mathbf{v^{2}=2xa=2(2\times10^{-2})\times(7\times10^{-15})}$$

$$\mathbf{v=1.67\times10^{7}\ m/sec}$$